EUCLIDES

TIJDSCHRIFT
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

32E JAARGANG 1956/57
V — 1 FEBRUARI 1957

INHOUD

ERVEN P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN-DJAKARTA

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang *f* 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs *f* 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (*f* 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en *f* 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Den Haag.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. W. N. van der Neut te Zeist.
Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.
Opgaven voor de „kalender" aan H. W. Lenstra te Groningen.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

EEN ONDERZOEK OVER DE CORRELATIE TUSSEN DE VORDERINGEN VOOR ALGEBRA EN MEETKUNDE IN DE EERSTE KLAS VAN DE MIDDELBARE SCHOOL EN HET CIJFER VOOR REKENEN OP DE L.S. EN OP HET TOELATINGSEXAMEN VOOR DE MIDDELBARE SCHOOL.

§ 1. *Eerst iets uit de historie.*

Over bovengenoemd probleem is al jaren een discussie gaande. De meningen hierover lopen wel zeer uiteen. Velen beweren, dat er helemaal geen correlatie tussen wiskunde M. S. en rekenen L. S. en rekenen op het toelatingsexamen bestaat. M.a.w. dat een goed cijfer voor rekenen op de L.S. en voor rekenen op het toelatingsexamen dus helemaal *geen toetssteen* is voor een vruchtbaar beoefenen van wiskunde op de M.S. en dat het rekenen op de L.S. ook zelfs geen voorbereiding is voor wiskunde op de M.S., m.a.w. geen propaedeutische waarde heeft.

Zo heeft reeds de toenmaals bekende *Haagse Toelatingscommissie* in het rapport Verdenius nagegaan of het oordeel der Hoofden van lagere scholen over de vorderingen in rekenen in 1929 klopte met de cijfers voor wiskunde op het overgangsrapport van klas 1 naar klas 2 in 1930. Dit bleek niet het geval te zijn. Ook de op het toelatingsexamen in 1929 behaalde cijfers voor rekenen weken veel af van de rapportcijfers voor wiskunde in 1930.

Er is in die tussentijd, n.l. tussen 1930 en 1955, veel gedokterd aan een betere aansluiting rekenen L.S. en wiskunde M.S.

De straks genoemde Toelatingscommissie had in 1929 behalve de traditionele ook enkele z.g. „ongewone'' vraagstukken opgegeven en ze heeft nagegaan hoe het verloop der vorderingen voor wiskunde was van *die* candidaten, die deze afwijkende vraagstukken (waarop de candidaten dus niet waren afgericht) goed hadden opgelost. Het bleek, zo rapporteert de commissie, dat deze over 't algemeen *goede leerlingen* voor het vak wiskunde waren.

Ook in volgende jaren heeft men soortgelijke proeven gedaan, nu eens met minder dan met meer succes. Door deze resultaten gestimuleerd, kwam in het najaar van 1938, door overleg van de wiskundegroep van de W.V.O. (werkgemeenschap voor vernieuwing van Opvoeding en Onderwijs) en het Nutsseminarium voor Paedagogiek, een wiskundewerkgroep tot stand, onder leiding van Prof. Kohnstamm, die zich ten doel stelde vragen van wiskunde-didac-

tiek, in 't bijzonder die betrekking hadden op de aansluiting L.O.—M.O., te onderzoeken. Deze commissie, waarin vertegenwoordigers van het L.O. en van het M.O. zitting hadden, heeft sindsdien de taak toebedeeld gekregen om elk jaar rekenopgaven voor het toelatingsexamen op te stellen, de U bekende *Rekenopgaven van het Nutsseminarium*. Als medewerker in deze commissie heb ik van nabij mogen kennis nemen van de nieuwere inzichten, volgens welke de commissie zich laat leiden. Getracht wordt n.l. op de grondslag van de psychologie van het denken (denkpsychologische school), speciaal van het mathematische denken, opgaven op te stellen, die afwijken van het oude type „denksommen". Men zal in deze opgaven dan ook niet aantreffen de bekende foefjes en handigheidjes uit de oude denksommen, waarop nu eenmaal iedere leerling perfect kan worden afgericht (appèl op het geheugen) en die dus èn als selectiemiddel èn als intelligentietest ten enenmale waardeloos zijn. Maar er wordt ernstig naar gestreefd, door dit werk *bepaalde intelligentie-criteria*, als b.v. het ordenen van de gegevens, combinatie van de juiste gegevens, selectie bij het overzien van de gegevens (ordenend vermogen, combinatievermogen, selectief vermogen ofwel critisch inzicht, enz.) te testen. Of ons dat elk jaar in voldoende mate is gelukt, is natuurlijk zeer de vraag.

Over de in 1948 door de candidaten gemaakte examenopgaven, heeft het Nutsseminarium een uitgebreid onderzoek ingesteld naar de correlatie met de rapportcijfers voor wiskunde en het gemiddelde rapportcijfer in de eerste klas en de uitslag van de overgang naar de tweede klas.

Dit onderzoek heeft niet opgeleverd wat wij er van hadden verwacht. Wel bleek over het algemeen, dat met dit werk d*e knappe* en *de domme* leerlingen er vrij behoorlijk uit waren te halen, maar omtrent *de grote middenmoot* heeft het ons niet veel verder gebracht. Misschien lag het aan het feit, dat deze opgaven vaak *te* moeilijk waren gesteld, n.l. boven het kinderlijke bevattingsvermogen. Met het oog hierop is de commissie de laatste jaren er toe overgegaan om naast de stellen van 3 lange tekstopgaven ook stellen van 5 of meer kleinere opgaven, met enkelvoudige rekendenkelementen, op te stellen, zonder te vervallen in de traditionele oude denksommen van het genre weg-, werk- en kraansommen, waar de candidaten nu eenmaal perfect op kunnen worden afgericht.

De commissie van het Nutsseminarium heeft intussen haar arbeid inzake het samenstellen van redactierekenopgaven voor het toelatingsexamen in 1955 moeten beëindigen, vanwege de overstelpend vele andere taken, die het Nutsseminarium had te verrichten. In

zekere zin jammer. Toch geloof ik, dat deze jarenlange arbeid van het Nutsseminarium niet vergeefs is geweest, doch stimulerend heeft gewerkt op de verschillende toelatingscommissies in den lande, die daardoor gedreven zijn in een richting om ook soortgelijk rekenwerk samen te stellen, dat meer rekening houdt met de nieuwe psychologische en didactische inzichten betreffende de toetsing van de verschillende kwaliteiten van de leerling (ordenend vermogen, combinatievermogen, critisch inzicht e.d.). Ook is het niet onwaarschijnlijk, dat deze arbeid ook de didactiek van het rekenen op de L.S. in een bepaalde zin heeft beïnvloed. En dus ook weer voordeel heeft opgeleverd voor een betere propaedeuse van rekenen op de L.S. voor wiskunde op de M.S.

En zo komen we na deze historische oriëntatie vanzelf tot een beschouwing over:

§ 2 *De tegenwoordige stand van zaken,* zowel wat betreft de stand van het rekenonderwijs op de L.S. (speciaal in de hoogste klas), als ook een oriëntatie over het tegenwoordige toelatingsexamen rekenen voor de M.S.

Wil men n.l. kunnen oordelen over een mogelijke correlatie (of niet-correlatie) van wiskunde in de eerste klas van de M.S. met rekenen L.S. en rekenen op het toelatingsexamen voor de M.S., dan moet men toch enigszins geinformeerd zijn over deze beide laatste.

Wat betreft de aard van het tegenwoordige *rekenonderwijs op de L.S.*, daar is natuurlijk een artikel op zich zelf wel over te schrijven. Dat zou ons echter te ver voeren. Hoofdzaak is, dat wij weten, dat het rekenonderwijs op de L.S. de laatste jaren sterke invloed heeft ondervonden van de nieuwe inzichten in de rekendidactiek. Wie de moeite neemt om de nieuwe rekenmethodes, die op de L.S. gebruikt worden, eens aandachtig door te bladeren, zal het opvallen, dat de leerlingen een heel ander soort rekenen voorgezet krijgen dan b.v. een 20 jaar geleden. Geen weg-, werk- en kraansommen, geen onpractische levensvreemde vraagstukken, maar opgaven in de trant van:

het opstellen van schema's uit opsommingen;
het invullen van open plaatsen in een schema;
het tekenen van een grafiek naar aanleiding van een gegeven schema of tabel;
het afronden van een onnauwkeurig antwoord;
het schatten en controleren van het antwoord en meer dergelijke rekencriteria en natuurlijk ook gewoon technisch rekenen.

Meer kan ik er in dit korte bestek niet over schrijven. Uitvoerig

hebben we onze ideeën over een nieuwe rekendidactiek weergegeven in ons werk „Rekendidactiek in 2 delen, Turkstra en Timmer, uitg. Wolters, Groningen".

En nu in de tweede plaats enkele opmerkingen over *het toelatingsexamen rekenen* voor de M.S. Het toelatingsreglement — dat weliswaar niet geheel aan de nieuwe didactische inzichten is aangepast, doch toch nog alleszins bruikbaar, mits goed geinterpreteerd — schrijft in artikel 4 voor:

Een schriftelijk en zo nodig mondeling onderzoek inzake:

a. de toepassing van de 4 hoofdbewerkingen met gehele getallen, gewone en tiendelige breuken;

b. de kennis van wettelijke lengte-, oppervlakte-, inhoudsmaten, munten, gewichten en van de procentberening;

c. de toepassing van getalbewerkingen in niet te ingewikkelde vormen en van eenvoudige kenmerken van deelbaarheid, mede ter bepaling van het K.G.V. en de G.G.D.;

d. het juist zien van de betrekkingen tussen de gegevens in eenvoudige denkvraagstukken, blijkende uit de toepassing der voor de oplossing vereiste bewerkingen, waarbij het gebruik van de in de wiskunde gangbare verkorte schrijfwijze is toegestaan.

Geheel overeenkomstig dit reglement treft men tegenwoordig vrijwel algemeen aan, dat op het schriftelijk toelatingsexamen 2er lei soort rekenwerk wordt opgegeven:

Rekenen I: *technisch* rekenen.

Rekenen II: *redactie* opgaven.

Rekenen I (overeenkomende met art. 4 ad. *a*, *b* en *c* van het toelatingsreglement) is eigenlijk een toets, dat iedere candidaat eenvoudig technisch rekenwerk vlot kan verrichten, kan hoofdrekenen met niet te grote getallen en nauwkeurig kan cijferen. Het is *de minimum eis*, die men kan en mag stellen. Zonder deze kennis en vaardigheid kan men eenvoudig geen wiskunde in klas 1 van de M.S. beoefenen. Maar het examen moet *meer* inhouden dan enkel een toetsing van de techniek der verworven kennis.

Vandaar dat in Rekenen II een onderzoek wordt ingesteld naar het logisch en zinvol inzien van het verband tussen de beschikbare gegevens in eenvoudige denkvraagstukken. De candidaat moet zich weten te redden met opgaven, waarin gevallen en situaties voorkomen, die hij nog niet eerder is tegengekomen, waarop hij ook niet kan worden afgericht. Daartoe dienden, zoals we in § 1 zagen, het soort opgaven als tot nu toe door het Nutsseminarium werden opgesteld. Echter eenvoudige opgaven, die een appèl doen op het ordenend vermogen, het combinatievermogen, het critisch inzicht

e.d. In § 91 van onze Rekendidactiek somden wij er een aantal hele eenvoudige op (minimum eis), waarvan ik er enkele hier weergeef:

1. Vul op de open plaats een geschikt getal in en zeg waarom je dat juist zo doet:

2	20	52
3	30	..

2. Maak een grafiek van de volgende tabel:

	Jan	Piet	Kees	Henk	Arie	Wim
jaren.	12	13	14	15	16	17
kg	42	47	48	52	54	60

Zet op een horizontale lijn vanuit een bepaald beginpunt de jaren naar rechts uit en vanuit hetzelfde punt op een verticale lijn de kg naar boven. Welke van deze jongens is de lichtste? Welke is voor zijn leeftijd de lichtste? Welke is de zwaarste? Welke is voor zijn leeftijd de zwaarste? (dit komt dus aan op een eenvoudige grafiek kunnen lezen).

3. Hoeveel gehele getallen staan er van 27 tot en met 54? Hoeveel gehele getallen tussen 27 en 54?

4. Een boek telt 168 bladzijden. De eerste bladzij heeft het nummer 5. Welk nummer heeft de laatste bladzij? (Een vraagje naar de algemene ontwikkeling kan worden toegevoegd: hoe kan het, dat de eerste bladzij met no. 5 begint?).

5. Waaraan kun je zien dat $273 \times 352 = 137774$ foutief is? (Meerdere argumenten opnoemen, bijv. $3 \times 2 \neq 4$; $273 \times 352 < 300 \times 400 < 120000 < 137774$).

Het correct oplossen van dit soort vraagstukjes vordert naast een beheerste rekentechniek ook een critisch inzicht en een zeker ordenend vermogen. En dat juist hebben we nodig bij ons wiskundeonderwijs in de eerste klas van de M.S.

§3 *Samenvatting en urgentie van de probleemstelling thans.*

Het voorgaande samenvattende, komt het er dus op neer, dat wij van mening zijn, dat het rekenonderwijs op de L.S. zich langzamerhand ontwikkelt volgens de nieuwe didactische inzichten over dat vak èn voorts dat bij het samenstellen van de rekenopgaven voor het toelatingsexamen zich onzes inziens de laatste jaren ook een zekere stijl begint af te tekenen, n.l. de toetsing van het technisch rekenen en de toetsing van het denkend rekenen door eenvoudige redactieopgaven.

Verder menen wij, dat door de nauwere contacten der laatste jaren tussen het L.O. en het M.O., mede tengevolge van stimulerende arbeid van de *Paedagogische studiecentra* in dezen, het rekenen L.S. en het toelatingsexamen rekenen voor de M.S. thans meer op elkaar zijn afgestemd dan zulks in vroegere perioden, n.l. vóór de oorlogsjaren, het geval was. Daarover kunnen we ons niet anders dan verheugen.

Het zou dan ook zeer de moeite waard zijn, *thans* eens ernstig te onderzoeken in hoeverre ons wiskundeonderwijs in de eerste klas van de M.S. daarvan de vruchten plukt, m.a.w. *het correlatievraagstuk wiskunde M.S. met rekenen L.S. en rekenopgaven op het toelatingsexamens is weer actueel.*

Omdat dit vraagstuk — juist nu de omstandigheden zowel bij het L.O. als bij de examencommissies voor rekenen een duidelijke verandering tonen — mij in bijzondere mate boeide en tevens om het correlatieonderzoek op gang te brengen, heb ik aan mijn school (Chr. Lyceum Hilversum) een onderzoek hierover ingesteld met betrekking tot de leerlingen, die in juli 1955 na examen zijn toegelaten tot de eerste klas van ons Lyceum en die een volle jaarcursus 1955/56 wiskunde in de eerste klas hebben genoten.

Daar bij dit correlatieonderzoek de rekenopgaven van het toelatingsexamen 1955 aan de 6 scholen voor V.H. en M.O. in Hilversum één rol van betekenis hebben vervuld, laten we de tekst daarvan hier thans volgen.

§ 4 *Toelatingsexamen Rekenen 1955 Hilversum.*

REKENEN I

Tijd 1 uur

Teken de kantlijn ongeveer op het midden van het papier. Gebruik de linkerkant voor klad en de rechterkant voor net. Is het vraagstuk klaar, zet er dan een streep onder en ga onder deze streep verder met het volgende vraagstuk, zowel met het klad als met het net.

Lees elke opgave goed en werk netjes.

1. $25 - 15 : 3 + 10 - 6 \times \frac{2}{3} =$

2. $\frac{2}{2\frac{1}{4}} \cdot \frac{8\frac{1}{3}}{10} + \frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{3}} =$

3. Vermenigvuldig $3\frac{3}{4}$ met $2\frac{2}{3}$ en deel de uitkomst door het verschil van $\frac{3}{5}$ en $\frac{1}{2}$.

4. $1 : \dfrac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}}{3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}} =$

5. Bepaal de G.G.D. van 924 en 585.

6. Zet onder elkaar en tel op:
$4\frac{3}{8}$ h.a. + 3400 cm^2 + $365\frac{1}{2}$ a + 0,006 dam^2 = ... m^2.

7. Bepaal het K.G.V. van 84; 462 en 525.

8. Hoeveel is $12\frac{1}{2}$ % van ƒ 864 meer dan $\frac{1}{8}$ % van ƒ 800?

9. Tel op en herleid het antwoord:

	17 u.	36 min.	49 sec.
	23 u.	57 min.	13 sec.
3 dg	19 u.	15 min.	58 sec.
... dg	... u.	... min.	... sec.

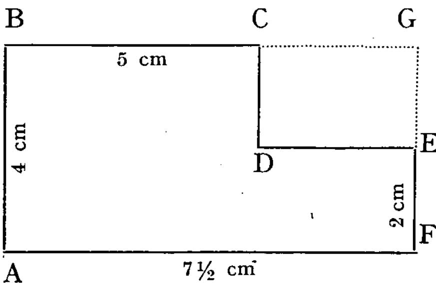
10. Tel op en deel de uitkomst door 4:
6,6 4,75 9,008 0,0032.

REKENEN II

Tijd $1\frac{1}{2}$ uur

Schrijf de gehele oplossing op je netpapier. Doe dit zo volledig mogelijk. Teken eerst een kantlijn, ongeveer 5 cm van de rand.

1. Een kubus is van ijzerdraad gemaakt. Men had daarvoor 60 cm ijzerdraad nodig. Bereken de inhoud van de kubus.



De omtrek van figuur ABCDEF = ...
De oppervlakte van figuur CDEG = ...

3. Iemand verkoopt een partij goederen van 640 kg voor ƒ 5200. Hij heeft dan 30 % van de inkoop gewonnen. Wat heeft hij zelf voor 1 kg betaald?

4. Vader was op zijn verjaardag in 1954 vier maal zo oud als op zijn verjaardag in 1921.
Hoe oud wordt hij in 1955?

5. Wanneer ik een getal $2\frac{1}{2}$ keer neem en de uitkomst door $1\frac{1}{2}$ deel, krijg ik 80 meer, dan wanneer ik het getal $1\frac{1}{2}$ keer neem en die uitkomst door $2\frac{1}{2}$ deel.
Bereken het getal.

§ 5 *Correlatie onderzoek.*

Klassegewijs (n.l. van 7 klassen elk afzonderlijk) werd op staten (*klassestaten*) van elk der 175 toegelaten leerlingen ingevuld:

a. het cijfer Rekenen L.S.
b. het cijfer voor Rekenen I Toelatingsexamen.
c. het cijfer voor Rekenen II Toelatingsexamen.
d. het cijfer voor Algebra Kerstrapport.
e. het cijfer voor Meetkunde Kerstrapport,

en werd de correlatie onderzocht van

d met a
e met a
d met b
d met c
e met b
e met c

Van deze correlaties werd daarna voor iedere leerling de frequentie der + correlatie ingevuld en ten slotte van deze frequenties nagegaan of deze overwegend +, overwegend —, of 0 is. De som van alle + en — correlaties en frequenties werd onderaan op elke klassestaat vermeld.

Hetzelfde werd nog eens nagegaan met betrekking tot de cijfers voor Algebra en Meetkunde op het *Paasrapport* en op het *Eindrapport.*

Daar er in „het cijfer geven" steeds een sterk *relatief element* schuilt — immers de L.S. cijfert meestal iets hoger dan de M.S., terwijl ook de leraren op de M.S. niet alle naar dezelfde maatstaf cijferen — meen ik als een *positieve* correlatie nog aan te merken, indien het verschil *minder dan* 2 *punten* bedraagt. Zo is b.v. het cijfer 6 voor algebra vergeleken met het cijfer $7\frac{1}{2}$ rekenen L.S. nog een positieve correlatie, terwijl een 5 voor algebra en een 7 voor rekenen L.S. een negatieve correlatie inhoudt. Vanzelfsprekend moet *ook* het geval: „2 of 3 voor een der wiskundecijfers en 5 voor rekenen L.S. of rekenen Toelatingsexamen" als een positieve correlatie worden aangemerkt, ofschoon het verschil hier 2 of meer punten bedraagt. Immers hier is duidelijke *overeenkomst* in „het

TABEL 1

Klassestaat

No	Geboortejaar	Geslacht	Rek. L.S.	Rek. I Toel. ex	Rek. II Toel. ex.	Alg. Kerstra.	Meetk. Kerstra.	Corr. Alg.-Rek. L.S.	Corr. Me.-Rek. L.S.	Corr. Alg.-Rek. I	Corr. Alg.-Rek. II	Corr. Me.-Rek. I	Corr. Me.-Rek. II	Freq. + Corr.	Overwegend + — 0
1	13- 9-42	v	7	8	8	8	9	+	—	+	+	+	+	5	+
2	22- 5-43	m	8	9	6	8	7	+	+	+	—	—	+	4	+
3	24- 7-43	m	7	8	7½	8	7	+	+	+	+	+	+	6	+
4	2- 9-43	m	7	7	8½	6	6	+	+	+	—	+	—	4	+
5	11- 1-43	m	8	8	10	5	6	—	—	—	—	—	—	0	—
6	4-11-42	v	7	8	6	7	6	+	+	+	+	—	+	5	+
7	14- 5-43	m	6	10	5	8	7	—	+	+	—	—	—	2	—
8	15- 2-42	v	5½	4	4	4	4	+	+	+	+	+	+	6	+
9	9- 1-43	v	6⁻	6	5½	4	5	+	+	—	+	+	+	5	+
10	29- 1-43	m	8	10	10	7	7	+	+	—	—	—	—	2	—
11	12-10-42	m	7	8	1½	5	6⁻	—	+	—	—	—	—	1	—
12	29- 7-43	m	7	8	10	6⁻	5	+	—	—	—	—	—	1	—
13	7- 1-43	m	7	6	3	6	7	+	+	+	—	+	—	4	+
14	23- 1-44	m	8	9	8½	7	6	+	—	—	+	—	—	2	—
15	30-12-42	m	6	9	5	7	7	+	+	—	—	—	—	2	—
16	14- 6-43	v	7	8	7	4	7	—	+	—	—	+	+	3	0
17	1- 2-42	m	6	8	4½	5	5	+	+	—	+	—	+	4	+
18	21-11-42	v	7	8	5	6	8	+	+	—	+	+	—	4	+
19	26- 1-44	m	7	8	7½	7	5	+	—	+	+	—	—	3	0
20	18-12-42	v	7	8	5½	6	7	+	+	—	+	+	+	5	+
21	8- 8-43	m	5	9	8	5	4	+	+	—	—	—	—	2	—
22	2- 6-42	v	6	5	8	8	8	—	—	—	+	—	+	2	—
23	9- 2-43	m	7	7	3½	7	5	+	—	+	—	—	+	3	0
			Pos. Correlatie					18	16	10	11	9	11	75	11
			Neg. Correlatie					5	7	13	12	14	12	63	9

No	Alg. Paasra.	Meetk. Paasra.	Corr. Alg.-Rek. L.S.	Corr. Me.-Rek. L.S.	Corr. Alg.-Rek. I	Corr. Alg.-Rek. II	Corr. Me.-Rek. I	Corr. Me.-Rek. II	Freq. + Corr.	Overwegend + — 0
1	9	7	—	+	+	+	+	+	5	+
2	9	6	+	—	+	—	—	+	3	0
3	8	6⁻	+	+	+	+	—	+	5	+
4	8	7	+	+	+	+	+	+	6	+
5	5	7	—	+	—	—	+	—	2	—
6	6	6⁻	+	+	—	+	—	+	4	+
7	8	7	—	+	+	—	—	—	2	—
8	4	4	+	+	+	+	+	+	6	+
9	5	5	+	+	+	+	+	+	6	+
10	9	9	+	+	+	+	+	+	6	+
11	6⁻	5	+	—	—	—	—	—	1	—
12	6⁻	4	+	—	—	—	—	—	1	—
13	8	7	+	+	—	—	+	—	3	0
14	9	8	+	+	+	+	+	+	6	+
15	6	7	+	+	—	+	—	—	3	0
16	6	7	+	+	—	+	+	+	5	+
17	5	6	+	+	—	+	—	+	4	+
18	6⁻	6	+	+	—	+	—	+	4	+
19	6⁻	5	+	—	—	+	—	—	2	—
20	6	5	+	—	—	+	—	+	3	0
21	6	5	+	+	—	—	—	—	2	—
22	7	6	+	+	—	+	+	—	4	+
23	7	6	+	+	+	—	+	—	4	+
Pos. Correlatie			20	18	10	15	11	13	87	13
Neg. Correlatie			3	5	13	8	12	10	51	6

No	Alg. Eindra.	Me. Eindra.	Corr. Alg.-Rek. L.S.	Corr. Me.-Rek. L.S.	Corr. Alg.-Rek. I	Corr. Alg.-Rek. II	Corr. Me.-Rek. I	Corr. Me.-Rek. II	Freq. + Corr.	Overwegend + — 0
1	8	9	+	—	+	+	+	+	5	+
2	8	6	+	—	+	—	—	+	3	0
3	8	7	+	+	+	+	+	+	6	+
4	6	7	+	+	+	+	+	+	5	+
5	6	6	—	—	—	—	—	—	0	—
6	5	5	—	—	—	+	—	+	2	—
7	7	7	+	+	—	—	—	—	2	—
8	3	4	—	+	+	+	+	+	5	+
9	4	4	+	+	—	+	—	+	4	+
10	9	9	+	+	+	+	+	+	6	+
11	4	6	—	+	—	+	—	—	2	—
12	6	6⁻	+	+	—	—	—	—	2	—
13	7	6	+	+	+	—	+	—	4	+
14	8	7	+	+	+	+	—	+	5	+
15	6	5	+	+	—	+	—	+	4	+
16	6	8	+	+	—	+	+	+	5	+
17	5	6	+	+	—	+	—	+	4	+
18	7	7	+	+	+	—	+	—	4	+
19	5	5	—	—	—	—	—	—	0	—
20	7	6	+	+	+	+	—	+	5	+
21	6	5	+	+	—	—	—	—	2	—
22	7	6⁻	+	+	—	+	+	—	4	+
23	6	7	+	+	+	—	+	—	4	+
Pos. Correlatie			18	18	11	13	10	13	83	15
Neg. Correlatie			5	5	12	10	13	10	55	7

onvoldoende zijn" van beide en dat houdt toch het begrip correlatie in.

Het zou te veel plaatsruimte vergen om hier het *gedetailleerde* onderzoek van elk der 7 klassen weer te geven. Wie daar belang in stelt, wil ik dit materiaal wel ter inzage beschikbaar stellen.

Ik volsta daarom hier met één klassestaat (tabel 1) volledig te laten afdrukken, alsmede het totale resultaat van alle klassen gezamenlijk (tabel 2).

TABEL 2

Totale resultaat der 7 eerste klassen

	Corr. Alg.-Rek. L.S.	Corr. Me.-Rek. L.S.	Corr. Alg.-Rek. I	Corr. Alg.-Rek. II	Corr. Me.-Rek. I	Corr. Me.-Rek. II	Freq. + Corr.	Overwegend + — 0
Kerstrapport								
Pos. Correlatie.	120	134	80	92	84	95	605	91
Neg. Correlatie.	**55**	**41**	**95**	**83**	**91**	**80**	**445**	**55**
Paasrapport								
Pos. Correlatie.	118	109	78	90	74	91	560	81
Neg. Correlatie.	**54**	**63**	**94**	**82**	**98**	**81**	**472**	**60**
Eindrapport								
Pos. Correlatie.	119	101	83	93	70	90	556	81
Neg. Correlatie.	**54**	**72**	**90**	**80**	**103**	**83**	**482**	**61**

§ 6 *Conclusies uit dit correlatieonderzoek.*

In tabel 2 van § 5 is het volgende te lezen:

1. Algebra 1e klas M.S. met Rekenen L.S. geeft goede + correlatie
2. Meetkunde 1e klas M.S. met Rekenen L.S. geeft goede + correlatie
3. Algebra 1e klas M.S. met Techn. Rek. Toel. examens geeft — correlatie.
4. Meetkunde 1e klas M.S. met Techn. Rek. Toel. examen geeft — correlatie.

5. Algebra 1e klas M.S. met Redactie opg. Toel. examen geeft + correlatie.

6. Meetkunde 1e klas M.S. met Redactie opg. Toel. examen geeft + correlatie.

Uit deze 6 punten en de overeenkomstige getallenwaarden uit tabel 2 kunnen we nu de volgende conclusies trekken:

I. Het oordeel van het *Hoofd der L.S.* voor wat betreft het cijfer voor rekenen is een behoorlijk *betrouwbare toets* voor het volgen van wiskunde in de eerste klas van de M.S., en zelfs beter dan de uitslag van het toelatingsexamen voor rekenen I en rekenen II ieder afzonderlijk [1]).

II. Enkel *cijferopgaven* op het toelatingsexamen is *geen betrouwbare toets* voor het volgen van wiskunde in de eerste klas van de M.S.

III. *Redactieopgaven* op het toelatingsexamen zijn in elk geval een *betere toets* voor het volgen van wiskunde in de eerste klas van de M.S. dan de cijferopgaven.

IV. *De meetkunde* in de eerste klas van de M.S. is blijkbaar *moeilijker* voor de leerlingen dan *de algebra*. Immers:

a. de positieve correlatie meetkunde-rekenen L.S. is kleiner positief dan de positieve correlatie algebra-rekenen L.S.,

b. de negatieve correlatie meetkunde-rekenen I is groter negatief dan de negatieve correlatie algebra-rekenen I.

c. de positieve correlatie meetkunde-redactieopgaven is kleiner positief dan de positieve correlatie algebra-redactieopgaven,

d. de 3 correlaties van *algebra* met rekenen L.S., met cijferopgaven toelatingsexamen en met redactieopgaven toelatingsexamen zijn op het Kerstrapport, het Paasrapport en het Eindrapport vrijwel *constant*, terwijl deze zelfde correlaties voor *meetkunde* van het Kerstrapport tot het Paasrapport en tot het Eindrapport *teruglopend* zijn. Meetkunde wordt in de loop van de cursus dus moeilijker.

[1]) Men vergete hierbij echter ook niet, dat de betere correlatie van het cijfer rekenen L.S. uit de aard der zaak *ook* wel enigszins ligt in het feit, dat in dit cijfer zowel de vaardigheid in het *technisch rekenen* als ook de bekwaamheid in het oplossen van *redactieopgaven* is verdisoonteerd. Zie verder ook de tweede opmerking van § 7.

§ 7 *Enkele slotopmerkingen.*

Uit de 7 afzonderlijke klassestaten, die we bij ons onderzoek ter beschikking hadden en waarvan we in dit artikel in § 5 slechts één (n.l. in tabel 1) volledig afdrukten, bleek dat op één uitzondering na de resultaten in elke klas vrij aardig *overeenstemden*. Weliswaar niet geheel in getallenwaarde, maar wel in de tendenties, weergegeven in de punten 1 t/m 6 van § 6. Die ene uitzondering betrof bovendien een klas, waar in de loop van de cursus '55/'56 wegens ziekte drie verschillende docenten voor wiskunde optraden en bovendien nog een tijdlang voor algebra en meetkunde niet dezelfde leraar, zodat in het vergelijkend cijfermateriaal voor Kerst-, Paas- en Eindrapport een sterk relatief (n.l. subjectief) element school.

Deze overeenstemming in 6 klassen geeft m.i. een hoge mate van betrouwbaarheid aan onze conclusies.

Tweede opmerking en wel bij conclusie II en III van § 6:

Uit het mij ter beschikking staande materiaal had ik natuurlijk ook op de klassestaat voor elke leerling het *gemiddelde* cijfer voor *rekenen* op het *toelatingsexamen*, samengesteld dus uit het cijfer voor rekenen I, het cijfer voor rekenen II en eventueel nog het cijfer op het mondeling examen, kunnen vermelden en de verschillende correlaties van algebra en meetkunde ook met *dit* gemiddeld cijfer berekenen. Ik heb dit echter achterwege gelaten, omdat de klassestaat daardoor *te* uitgebreid en dus te onoverzichtelijk zou worden.

Bovendien was het mij bij dit onderzoek immers in de eerste plaats te doen om de correlaties van algebra en meetkunde speciaal met de beide onderdelen van het schriftelijk examen voor rekenen, n.l. technisch rekenen en redactieopgaven, ieder afzonderlijk te bestuderen.

Mijn *laatste opmerking* houdt in een suggestie om ook aan andere scholen of groepen van scholen voor V.H.M.O. een dergelijk onderzoek, als het hier gepubliceerde, te doen instellen en dan b.v. over het cursusjaar 1956/57 en het toelatingsexamen 1956.

Op die manier zouden we kunnen komen tot meer betrouwbare uitspraken over de al of niet-correlatie van het wiskunde onderwijs in de 1e klas van de M.S., zowel met het cijfer voor rekenen op de L.S., als ook met het toelatingsexamen voor rekenen.

Er wordt over deze materie vaak maar wat beweerd op losse gronden en op vage, weinig exacte vermoedens. En daarmee is het aansluitingsprobleem L.S.—M.S., of beter gezegd de arbeid aan de oplossing van dit probleem, niet gebaat.

Hilversum Dr. H. TURKSTRA

DE INTUITIE DER MEETKUNDE

door

Dr. J. J. W. BERGHUYS (Nijmegen)

In het rapport van de Leerplan-Commissie-1954 van WIMECOS wordt aanbevolen, dat in het leerplan voor wiskunde voor de HBS uitdrukkelijk vermeld zal worden een intuïtieve inleiding tot de vlakke meetkunde. [1]) Inderdaad eist de zorg voor een harmonische ontwikkeling van het meetkundig denken, dat aan dit didactisch procédé aandacht wordt besteed. Het lijkt ons echter, dat dit ook vanuit het wezen der meetkunde verantwoord moet kunnen worden.

Nu bestaan over het antwoord op de vraag: „wat is meetkunde?" verschillende opvattingen. Tot op heden kon geen dezer opvattingen gemeengoed worden. Ondanks de vele nuances kan men echter de gangbare meningen in twee groepen indelén: de ene groep stelt, uit wiskundig oogpunt beschouwd, alle vormen van meetkunde vrijwel aan elkaar gelijk; de andere groep geeft op de een of ander wijze een mathematisch karakter aan de Euclidische meetkunde, dat wezenlijk verschilt van dat der andere vormen van meetkunde.

Alle vertegenwoordigers van de eerste groep menen te moeten constateren, dat men vroeger een te grote waarde hechtte aan de ruimtelijke aanschouwing. Deze intuïtie blijkt onbetrouwbaar, zegt men, of ze blijft volgens sommigen beperkt tot datgene, wat aan iedere vorm van meetkunde gemeenschappelijk is; voor het overige steunt een meetkunde niet op aanschouwing, maar op een willekeurige keuze van grondbeginselen.

Nu werd onlangs in dit tijdschrift [2]) een nieuwe oplossing voorgesteld en wel als volgt. Meetkunde steunt op intuïtie. Zolang we echter vasthouden aan een primitieve vorm van intuïtie, komen we tot de conclusie, dat alleen de Euclidische meetkunde intuïtief is. Wanneer men over voldoende abstractievermogen beschikt, dan blijft men niet steken in deze te eng begrepen aanschouwelijkheid, maar men komt tot een hogere vorm van meetkunde. Door deze gelouterde intuïtie ontstaat de zuivere meetkunde, die geen ver-

[1]) *Rapport van de Leerplan-Commissie*-1954 *van* WIMECOS, Euclides 30 (1954/55, pag. 149—176.

[2]) H. FREUDENTHAL, *De ruimteopvatting in de exacte wetenschappen van Kant tot heden*, Euclides 31 (1955/56), pag. 165—182.

band meer behoeft te hebben met physische toepassingen, en die gedefinieerd wordt als: een systeem van relaties tussen ongedefinieerde dingen. Deze aanvankelijk ongedefinieerde dingen worden dan impliciet gedefinieerd door de axioma's. Het voornaamste voorbeeld van een dergelijke opbouw is de axiomatiek van Hilbert. We zijn echter vrij om andere axioma's te kiezen en aldus in staat tot het bouwen van vele verschillende vormen van meetkunde.

Het gebruik van het woord „intuïtie" in dit verband is, zoal niet geheel nieuw, dan toch opvallend. Dit was aanleiding om in dit opstel het begrip intuïtie, en met name de wiskundige intuïtie, van een andere zijde te belichten. In aansluiting daaraan zal ter sprake komen, wat het naar onze mening betekent, als in de wiskunde de abstractie verder voortschrijdt; alsook hoe de meetkunde binnen de wiskunde een eigen plaats inneemt en wat vrijheid in de keuze der axioma's voor de meetkunde betekent. Langs deze weg hopen we ten slotte ook duidelijk te kunnen maken, welke zin toegekend moet worden aan een intuïtieve propaedeuse tot de meetkunde. [1])

Intuïtie in het algemeen

In onze taal wordt behalve het woord „intuïtie" ook nog het woord „aanschouwing" gebruikt. *Aanschouwing* doet vooral denken aan zien met de ogen, eventueel ook aan zien in de phantasie; *intuïtie* daarentegen duidt gemakkelijker op een inzicht, dat ook intellectueel kan zijn.

Wanneer we aanvankelijk het begrip zo ruim mogelijk nemen, dan kunnen we het best de naam intuïtie gebruiken. Men kan dan als intuïtief definieren: *alle kennis, die op enigerlei wijze het karakter van onmiddellijkheid heeft.* Door deze definitie wordt uitgesloten die kennis, die conclusies van stapsgewijze redeneren bevat, alsook abstracte kennis, die van de gekende werkelijkheid betrekkelijk ver verwijderd blijft. Deze tegenstelling tussen intuïtief en abstract zal later uitvoeriger ter sprake komen.

Nu zijn er verschillende vormen van kennen, waarin de bovengenoemde eigenschap van onmiddellijkheid op een of andere wijze wordt teruggevonden. Vandaar dat het woord intuïtie verschillende betekenissen heeft. Omdat deze betekenissen onderling samenhangen, is het voor een goed begrip van de zaak dienstig ons niet tot de intuïtie der mathesis te beperken, maar de verschillende vormen

[1]) Voor een uitvoeriger behandeling van verschillende onderwerpen, die in dit artikel slechts terloops ter sprake kunnen komen, moge ik verwijzen naar: J. J. W. BERGHUYS, *Grondslagen van de aanschouwelijke meetkunde*, Groningen-Djakarta 1952.

Uit het voorbericht bij de eerste druk.

Bij de bewerking van het handboek voor de meetkunde, de grote „Molenbroek", kwam de gedachte naar boven mijn krachten te beproeven op een modern schoolboek; een boek, waarin de verplaatsingen een rol zouden spelen; waarin het dode, het statische, vervangen werd door het levende, het dynamische.
Vooral de eerste 40 bladzijden, de intuïtieve inleiding, hebben me heel wat overleg gekost; verder ging het wel; al zal men in het hele boek veel ontdekken, dat er fris bij staat. Ik heb niet omgekeken naar mijn eigen werk, behalve dan voor wat sommetjes, heb niet geneusd in dit of in dat boek, maar ben mijn eigen weg gegaan, in theorie, in vraagstukken, in volgorde.
Verder zeg ik over het boek niets meer in dit korte bericht; wat ik te zeggen heb, vindt men in de Toelichting. Er is zoveel te zeggen over het practische, dagelijkse werk van de meetkunde, dat het onmogelijk is dit in een paar bladzijden enkel maar aan te geven, laat staan er zijn oordeel over te geven. Ik koos dus de vorm van een toelichting. (96 blz. met 115 fig.).

Dit boek was allang klaar voor het rapport van Dr. Bunt verscheen. (Dr. L. N. H. B u n t: De leerstof van ons wiskunde-onderwijs; uitgever Wolters f 1,90). Ik ga eens te rade met de meningen van collega's, die B u n t het materiaal leverden voor zijn boekje. Dit bevat 41 vragen over vlakke meetkunde; allemaal nagegaan; er is een treffende overeenkomst met de zienswijze van de leraren en mijn inzichten. Met grote instemming lees ik b.v. de afwijzende houding van het merendeel voor de behandeling van „onmeetbaar"; het is ook m.i. noch gewenst, noch mogelijk er in de 2e of 3e klas iets van terecht te brengen; nauwelijks in de 5e klas. Een paar onderwerpen, die de meerderheid wel wenselijk en mogelijk acht, heb ik niet behandeld: ze zijn van ondergeschikt belang nl. nr. 127 over de onafhankelijke gegevens, die een n-hoek bepalen; nr. 134 over Stewart, waar men het best zonder kan stellen; mocht de leraar beide wenselijk achten, wel, hij geve een klein dictaat; zie echter in deel II blz. 34; verder nr. 146 over de koordenvierhoek; zie de zeer eenvoudige behandeling in deel II blz. 98; zo is er niets aan. Zoals men ziet, op de 41 punten slechts een paar afwijkingen en deze nog van ondergeschikt belang.

Aan het slot wil ik nog zeggen, dat dit boek in geen geval hogere eisen stelt aan de leerlingen dan de boeken, die thans in gebruik zijn; integendeel.
Hiermede beveel ik mijn arbeid aan in de belangstelling van de leraren; op- en aanmerkingen zal ik gaarne ontvangen.

P. W.

Bij de tweede druk.

Het verheugt mij zeer, dat er reeds een tweede druk nodig is van dit schoolboek. Het is een verblijdend teken, dat er leraren zijn, die aan de verstarring, om een tekenend woord van Dijksterhuis aan te halen, een eind willen maken.
Toen ik het handschrift voor de eerste druk klaar had, voeldè ik behoefte de eerste 40 bladzijden, verreweg het moeilijkste stuk, te onderwerpen aan de scherpe blikken van een deskundige. Ik vroeg Van der Waerden, de alzijdige, die de grondslagen van de meetkunde kent als geen ander, mijn werk na te gaan. Hij heeft het handschrift zin voor zin nauwkeurig nagegaan en menige wenk ten beste gegeven; hij was over de nieuwe theorie zeer voldaan.
Men begrijpt mijn voldoening, dat er reeds een herdruk nodig is en ik het begin van de kentering nog mag zien.

P. WIJDENES

Amsterdam-Z., Jac. Obrechtstraat 88, Tel. 020-727119.

De **derde druk** van deel I is op een paar kleinigheden na gelijk aan de tweede.
Ze kunnen dus zonder bezwaar naast elkaar gebruikt worden.

● Kort en bondig, eenvoudig en zuiver.
De schrijver **schakelt de leraar niet uit.**

BESPREKINGEN.

Chr. Gymn. en M.O.

De bedoeling van de schrijver was een modern boek te geven, „waarin het dode, het statische, vervangen werd door het levende, het dynamische". Een jaar of tien geleden is hij er mee begonnen; naar eigen of anderer werk heeft hij daarbij niet omgekeken; het boek is dus vrucht van bewuste bezinning op het geheel der leerstof, zowel als op elk detail.

Wanneer iemand van het formaat van de heer Wijdenes zich zulk een taak stelt, kan er belangstelling verwacht worden vòòr het resultaat en men doet goed die te bevredigen. Ik althans ben uren in het werk verdiept geweest en ik moet zeggen: de inhoud is kortweg verbijsterend. Het is ondoenlijk daarvan in kort bestek een volledig beeld te geven, ik zal slechts op enkele punten ingaan.

Het begin is op jeugdige leerlingen ingesteld; begonnen wordt met teken- en constructie-oefeningen, naar aanleiding daarvan worden verschillende begrippen ingevoerd, allengs worden de bepalingen scherper omlijnd, de bewijzen strenger gegeven tot na een veertig bladzijden de leerling voor het gebruikelijke meetkundige bedrijf rijp geacht kan worden.

Onder de aangebrachte begrippen moet speciaal de „verplaatsing" worden genoemd, die straks in de vormen „verschuiving" en „draaiïng" niet alleen fundament zal zijn van, maar ook methode zal blijven in de congruentieleer, maar die vooral in de vorm van „spiegeling" als bewijsmethode de hele opbouw als een zuurdesem zal doortrekken. Inderdaad, alleen al over de wijze, waarop hier partij getrokken is van de symmetrie als essentiële eigenschap van vele figuren, ware een heel artikel te schrijven.

Als gelukkige methodische grepen zijn verder te noemen het geven van bewijzen langs de gedachtengang van een tevoren uitgevoerde nauwkeurige constructie, het sterk vereenvoudigde hanteren der evenredigheden, het laten zoeken van een te bewijzen eigenschap in een gegeven figuur. Te wijzen valt op de behandeling van de congruenties, de meetkundige plaatsen, de ongelijkheden, de evenredigheden (zonder irrationale verhoudingen), op de toepassing der oppervlakken. Ik doe maar een greep, het opsommen van details is helemaal onbegonnen werk, vrijwel elke bladzijde bevat wat nieuws.

Een belangrijk novum is verder de „Toelichting", die deze meetkunde grote invloed zal doen hebben, ook daar, waar ze niet wordt ingevoerd. Het kennis nemen van de methode wordt er zeer door vergemakkelijkt, daar de leidende gedachten uitvoerig worden uiteengezet en het voor en tegen (vooral het voor) nauwkeurig worden afgewogen. Vele vraagstukken uit het leerboek worden volledig uitgewerkt; met het oog op de nieuwe bewijsmethoden is het doorlezen ook daarvan een dankbaar werk.

Dr. J. KOKSMA,
Groningen.

Persoon en Gemeenschap.

Schrijver vertelt dat hij bij de bewerking van Molenbroek's grote handboek voor de meetkunde op de gedachte kwam zijn krachten te beproeven op een modern schoolboek, waarin de verplaatsingen een rol zouden spelen; waarin het dode, het statische, vervangen werd door het levende, het dynamische. In „Persoon en Gemeenschap" hebben wij reeds gewezen op deze wijze van behandelen (4e jg., nr. 7, blz. 431). Verder wordt in het voorbericht ook gewezen op de enquête van Dr. Bunt, waarover in ons tijdschrift werd ge-

handeld in nr. 2, november 1949, blz. 113. Zonder dat de heer Wijdenes kennis had gekregen van het rapport van Dr. Bunt, blijkt dat hij met een merkwaardige intuïtie tegemoet is gekomen aan de wensen van de meerderheid van de Nederlandse wiskundeleraren. Het verheugt ons dat ook in Nederland de algemene drang naar vernieuwing zich vooral kenmerkt door vereenvoudiging en verlichting. Waar men voorheen meende dat slechts gedwongen concentratie opvoedende voordelen aanbracht, komt men algemeen tot de overtuiging, dat in het onderwijs vooral de spontane, vrijwillige belangstelling nut oplevert. Trouwens de ganse natuur levert ons geen enkel verschijnsel dat het „moeilijke" neemt waar het „gemakkelijke" gaat. De taak van de didactieker wordt duidelijk die van „efficiency"-zoeker, van tijdwinner. Voor wat Wijdenes in die zin presteerde in zijn nieuw meetkundeboek, mogen de leraren hem dankbaar zijn.

De pijnlijke zorg voor nauwkeurigheid komt weer tot uiting in de afgewerkte vorm van definities, o.a. die van hoek.

Veel practisch-didactische wenken komen in de Toelichting voor: gezonde, bruikbare pedagogiek. Ook in de Schoolmeetkunde zelf komt, zoals de titel het uitdrukt, veel nieuws voor: het wordt daarenboven goed voorgesteld op verzorgde, aangename wijze. De inlegbladen zullen voor de leerlingen zeer welkom zijn.

Dr. K. CUYPERS,
Rector Kon. Atheneum Hoboken (Antwerpen).

Wetenschappelijke Tijdingen.

Het is niet de gewoonte in Wetenschappelijke Tijdingen lange boekbesprekingen te geven, zeker niet van schoolboeken. Een enkele keer menen wij op die regel een uitzondering te mogen maken voor de onlangs verschenen *Nieuwe Schoolmeetkunde* van P. WIJDENES (P. Noordhoff, Groningen, 1950), omdat wij hier met een „exceptioneel" schoolboekje te doen hebben. In twee deeltjes (elk 132 blz.) bestemd voor de leerlingen, behandelt het de hele vlakke meetkunde; een derde deeltje, dat als titel draagt: *Toelichting bij de Nieuwe Schoolmeetkunde en Antwoorden op Vraagstukken*, is alleen voor de leraren bestemd.

De lezers van *W. T.* kennen de Heer Wijdenes reeds van vroeger (zie 10e jaargang, kol. 164), zodat het niet nodig is hem nog verder voor te stellen. Hoe zijn werkje gegroeid is, vertelt hij zelf in het Voorbericht van zijn *Toelichting*: „Bij de bewerking van het handboek voor meetkunde, de grote Molenbroek, kwam de gedachte naar boven mijn krachten te beproeven op een modern schoolboek; een boek, waarin de verplaatsingen een rol zouden spelen; waarin het dode, het statische, vervangen werd door het levende, het dynamische. Een jaar of 10 geleden ben ik er zoetjes aan mee begonnen; vooral de eerste 40 bladzijden hebben me heel wat overleg gekost; verder ging het wel; al zal men in het hele boek veel ontdekken, dat er fris bij staat. Ik heb niet omgekeken naar mijn eigen werk, behalve dan voor wat sommetjes, heb niet geneusd in dit of in dat boek, maar ben mijn eigen weg gegaan, in theorie, in vraagstukken, in volgorde."

Dat Wijdenes niet overdrijft, wanneer hij getuigt dat er in zijn werkje heel wat te ontdekken is dat er fris bij staat, moge uit het volgende blijken.

Fris en levend is eerst en vooral de manier waarop alles wordt voorgesteld. Van de dorre docerende stijl van onze meeste wiskundeboeken is niets meer te vinden; de schrijver praat integendeel bijna gemoedelijk met de leerlingen, alsof hij hun voorstelt de handen uit de mouwen te steken, om samen met hem de meetkunde op te bouwen. In plaats van een kant en klare meetkunde voor te schotelen, wordt uitgegaan van aan de leerlingen vertrouwde begrippen, er wordt hun gevraagd iets te tekenen, hun figuren na te meten

en hun bevindingen mede te delen. Daarbij wordt hun dan langzaam bewust gemaakt dat ze die bevindingen moeten rechtvaardigen, en in enkele eenvoudige gevallen wordt getoond hoe dat kan. Zo maken ze voor het eerst kennis met enkele stellingen, wat hen voldoende voorbereidt om de op blz. 40 gegeven definitie van het begrip stelling te vatten. Die manier van behandelen is ongetwijfeld heel wat natuurlijker, dan wat we in de verschillende van de bij ons nog veel gebruikte handboeken vinden, waar van de eerste bladzijde af de leerlingen definities te verwerken krijgen als: ,,een stelling is . . . .", ,,een axioma is . . . .", enz., iets wat voor hen louter geleerde woorden blijven, omdat ze nooit een stelling, een axioma, enz. hebben ontmoet. Heel Wijdenes' boekje door gaat het op die natuurlijke wijze verder, en het is opmerkenswaard hoe de leerlingen telkens en telkens weer bij die geleidelijke opbouw betrokken worden: herhaaldelijk wordt hen gevraagd zelf te kijken, zelf iets te vinden. Dat dit laatste van groot belang is, zal iedereen, die ooit les gaf in wiskunde, moeten bekennen. De stijl van veel werken over wiskunde is zodanig, dat veel leerlingen ontwend geraken zelf te kijken; alle stellingen worden hun voorgesteld onder de vorm: ,,iemand heeft gevonden dat een bepaalde figuur die en die eigenschap bezit, en hij heeft dat als volgt bewezen." De jongens lezen dat, trachten het te onthouden, desnoods door van buiten leren, en vermoeden na vijf, zes jaren nog niet, dat wiskunde iets is dat men *doet*, niet iets dat men *leest*. En onder invloed van die schoolboekjes ontaardt dikwijls ook ons onderwijs in wat Wijdenes ,,luister- en zifstillessen" noemt. Juist dat heeft Wijdenes willen vermijden, en wij menen dat hij er meesterlijk in geslaagd is: de leerlingen krijgen iets te doen, en er wordt hun geleerd hoe ze zelf iets kunnen vinden; de meetkunde wordt iets levends, iets dynamisch. Ook in de oefeningen vindt men dat terug: inplaats van de eeuwig terugkomende vragen: ,,bewijs, dat een bepaalde figuur die en die eigenschap bezit", krijgt men hier een groot aantal oefeningen waarin aan de leerlingen gevraagd wordt zelf na te meten of een figuur niet een of ander karakteristieke eigenschap bezit, die ze daarna natuurlijk moeten bewijzen. Oppervlakkig gezien is er niet zo heel veel verschil tussen beide soorten van opgaven en schijnbaar zijn de oefeningen der laatste soort nog moeilijker dan de eerste, wat dus een verzwaren van de reeds voldoende uitgebreide stof zou meebrengen. Bij dat schijnbezwaar merkt Wijdenes het volgende op: ,,Draagt de voortdurende oefening om goed te onderscheiden en zelf iets op te merken aan figuren niet veel meer bij tot de ontwikkeling van hun inzicht, dan het onderwijs, waarbij alles wordt voorgekauwd? Van verzwaring is geen sprake; integendeel: door voortdurende oefening in het opsporen van een en ander wordt het verstand ontwikkeld en de lust tot onderzoek gewekt; dus juist verlichting op den duur."

Tot zover over de geest waarin het werkje geschreven is. Nu nog iets over de inhoud, want ook daar is wat nieuws te vinden. Niet dat er nieuwe stellingen in voorkomen — er staan er trouwens reeds genoeg in onze schoolboeken — maar wel dat vele oude stellingen op een nieuwe, en soms verbluffend eenvoudige wijze bewezen worden, dank zij het systematisch gebruik van een bewijsmethode, die ook in andere schoolboeken wel eens wordt aangewend, maar dan slechts teovallig, en bijna als met tegenzin, omdat het moeilijk anders kan. Wij bedoelen hier wat Wijdenes *het verplaatsen van figuren* noemt. Een verplaatsing kan zijn: het verplaatsen van een figuur evenwijdig aan een gegeven richting, een draaïng rond een punt, of een spiegeling ten opzichte van een rechte. Een tiental bladzijden volstaan om duidelijk te maken wat dat betekent, en het vervolg van het werkje toont dat die bladzijden niet verloren zijn, integendeel. Een enkel voorbeeld als bewijs: op blz. 67 wordt, uitgaande van het begrip *draaïng*, gedefinieerd wat het *middelpunt* van een figuur is. Hiermede worden nu twee zeer eenvoudige stellingen geformuleerd: ,,Een parallellogram heeft een middelpunt" en ,,Een vierhoek met een middelpunt is een parallellogram". Nog nooit heb ik in een schoolboek van meetkunde die eigenschappen zo eenvoudig en klaar geformuleerd gevonden.

Nog tal van andere hoofdstukjes zouden wij kunnen aanhalen om de originaliteit van

Wijdenes' werkje te illustreren, bijv. § 15 over het vermenigvuldigen van figuren (homothetie), of § 21, „Iets over driehoeksmeting". Het voorgaande moge echter volstaan.

Tot slot blijft nog iets te zeggen over de *Toelichting*. Naast de oplossing der vraagstukken uit de *Nieuwe Schoolmeetkunde*, bevat dit deeltje tal van opmerkingen over wat Wijdenes de „practische, dagelijkse meetkunde" noemt. Hij deelt ons een en ander mede uit zijn lange ondervinding, vertelt hoe hij het deed in de klas en wat hij goed of verkeerd vindt: alles samen een kleine schatkamer van eenvoudige, eerlijke raadgevingen, waarvoor elke leraar de heer Wijdenes dankbaar zal zijn.

Na zoveel (verdiende) lof willen wij hieraan toch nog een paar opmerkingen toevoegen; opmerkingen die echter in niets afbreuk doen aan al het goede.

Dr. P. BOCKSTAELE,
St. Vincentiuscollege, Eekloo.

T.E.M.O. Revue: L'Athene.

Les deux premières parties sont relatives à la géométrie plane; le Ier tome traite des droites, angles, polygones, cercle et s'appuie sur les déplacements dans le plan: translation, rotation, symétrie. Il en résulte une simplification dans les démonstrations.

Le tout est illustré par des figures soigneusement dessinées et renferme des exercices à résoudre, toujours simples mais qui forcent l'élève à l'attention et suscite chez lui un intéret réel.

La seconde partie s'occupe des surfaces (aires), du théorème de Pythagore et de ses conséquences, des figures homothétiques, semblables. On y trouve aussi quelques notions de trigonométrie, la mesure des angles, les propriétés des segments, les polygones réguliers, la longueur de la circonférence et la surface du cercle; et encore de multiples problèmes à résoudre et des figures à construire.

Le 3e volume donne des éclaircissements sur les deux premières parties ainsi que les réponses aux questions posées dans les deux autres tomes.

Comme tout ce qui sort de la plume de M. P. Wijdenes ces trois petit livres connaîtront un franc et réel succès. Les collègues chargés de l'enseignement de la géométrie plane les consulteront avec le plus grand profit. Ce nouvel ouvrage, très suggestif, est magnifiquement présenté: texte clair, papier choisi et habillage parfait suivant l'habitude de la maison Noordhoff.

JEAN ROSE.

Noordhoff's
Wiskundige Werken en Schooluitgaven

DE SCHRIJVERS zorgen voor een degelijke inhoud op de hoogte van de tijd.

DE UITGEVER zorgt in elk mogelijk opzicht voor een onberispelijke uitvoering.

STUDIEBOEKEN voor examens in wiskunde, tevens voor hen, die wat meer willen weten of moeten kennen dan de gewone H.B.S.-stof.

HANDLEIDINGEN voor de aankomende leraar.

P. Wijdenes, **Lagere Algebra**
- I **7de druk** . . . . ing. *f* 9,—; geb. *f* 11,25
- II **6de druk** . . . . ing. *f* 12,50; geb. *f* 14,50

,, **Middel-Algebra**
- I **5de druk** . . . . geb. *f* 17,50
- II **5de druk** . . . . ing. *f* 12,50; geb. *f* 15,—

Noordhoff's **Wiskundige Tafels**
- **5de druk** . . . . geb. *f* 8,75

P. Wijdenes, **Vlakke Meetkunde**
- voor voortgezette studie . . . . . ing. *f* 13,—; geb. *f* 14,50

Dr. P. Molenbroek, **Leerboek der Vlakke Meetkunde**
- **12de druk** . . . . ing. *f* 16,—; geb. *f* 18,50

,, **Leerboek der Stereometrie**
- **13de druk** ter perse

P. Wijdenes, **Leerboek der Gonio- en Trigonometrie**
- **9de druk** ter perse . . . . ing. *f* 11,50; geb. *f* 14,—

,, **Boldriehoeksmeting** [1])
- **10de druk** van J. Versluys' Boldriehoeksmeting ing. *f* 9,50; geb. *f* 11,50

,, **Beknopte Rekenkunde**
- **4de druk** . . . . ing. *f* 3,25; geb. *f* 3,90

,, **Beginselen van de Getallenleer** [1])
- **2de druk** . . . . ing. *f* 8,25; geb. *f* 10,50

---

[1]) Antwoorden in het boek.
Bij alle andere boeken zijn er boekjes met antwoorden en uitwerkingen.

van intuïtie achtereenvolgens te bespreken en met elkaar te vergelijken.

De intuïtie der zintuigen

Vooreerst wordt het zintuiglijk waarnemen, vooral in zoverre dit met de gezichtszin geschiedt, aanschouwing of intuïtie genoemd. Evenzo spreekt men van intuïtieve zintuiglijke kennis, wanneer men geen waarneming in strikte zin bedoelt, maar de kennis van een phantasiebeeld, dat met behulp van de herinnering aan vroegere waarnemingen gevormd wordt.

Een voorbeeld is de intuïtie, die men heeft van een groen gekleurd gordijn, in zover het die groene kleur heeft. Men heeft echter geen intuïtieve kennis van de duurzaamheid van de stof, waaruit het gordijn gemaakt is; een dergelijke eigenschap kan men slechts door proefneming en redenering achterhalen. Alleen kleuren, klanken, geuren en dergelijke sensibele kwaliteiten worden onmiddellijk geschouwd met een intuïtieve ken-akt. In deze vorm van intuïtie zijn we dus nog niet toe aan het verstandelijk kennen.

Intellectuele intuïtie

Vandaar dat men de vraag kan stellen, of wij ook intellectuele intuïtie bezitten. Dit probleem stamt reeds uit de Oudheid. Plato leerde, dat de intellectuele kennis van de mens een intuïtie was van de eeuwige ideeën. Door de zintuiglijke waarnemingen zou een sluimerende intuïtie worden geactiveerd. Aristoteles daarentegen verdedigde, dat alle verstandelijke kennis tot stand komt door abstractie uit het zintuiglijk kennen. Het zintuiglijk kenbeeld staat volgens deze opvatting tussen het begrip en de werkelijkheid in, zodat het verstandelijk kennen niet onmiddellijk kan zijn en dus niet intuïtief is, maar abstract.

Beide opvattingen hebben tot heden toe hun invloed doen gelden. De opvatting van Aristoteles heeft echter sinds de Middeleeuwen de overhand gekregen in de gehele Westerse wijsbegeerte. Aan het einde van de achttiende eeuw waren zowel de vertegenwoordigers van de scholastiek, als die van het engelse empirisme en van het duitse rationalisme het erover eens, dat er voor de mens geen intellectuele intuïtie mogelijk was. Kant vond het zo vanzelfsprekend, dat hij het slechts in een enkel tussenzinnetje vermeldt. Slechts enkele franse denkers uit de school van Descartes, die in hun opvattingen meer verwant waren met de Platonische denkwijze, verdedigden het bestaan van een intellectuele intuïtie.

Het lijkt ons, dat zoals meestal, ook hier de waarheid in het mid-

den ligt. Een zekere vorm van verstandelijke intuïtie kan ons inziens niet geloochend worden. Wij kunnen immers zichtbare beelden of tekens niet alleen zien, maar ook begrijpen. Dit veronderstelt echter, dat men tenminste op een of andere wijze een onmiddellijk inzicht heeft in de band tussen het teken en zijn betekenis. Evenzo is het stapsgewijze redeneren slechts mogelijk, als er een inzicht is in het verband tussen praemissen en conclusie. Overal waar men het woord „inzicht" gebruikt, is een zekere onmiddellijkheid aanwezig, een schouwen van het verband tussen de gebruikte kenmiddelen en het object, dat langs deze middelen wordt bereikt.

Wel is dit inzicht steeds verborgen onder de beelden, waarin we onze kennis uitdrukken. Zelfs als we op ons inzicht reflecteren, en daaraan onze volle aandacht willen geven, om het van alle zintuigelijke beelden te isoleren, dan nog drukken we het weer uit in een beeld, wellicht in een woord. Volkomen geïsoleerd verstandelijk inzicht, dat zuiver geestelijk zou zijn, is ons mensen niet gegeven. Steeds ontstaat inzicht door het zien van tekens, en wordt het uitgedrukt in tekens. De tekens zijn dus noodzakelijke middelen tot inzicht.

Wanneer men nu de volle nadruk laat vallen op de noodzakelijkheid van deze middelen om tot inzicht te geraken, dan is men geneigd te zeggen, dat de mens geen onmiddellijke verstandelijke kennis, dus geen intellectuele intuïtie heeft. Geeft men echter ook aandacht aan het inzicht, waarmee men de tekens verstaat, dan is men geneigd om wel van intuïtie te spreken.

Het gebrekkige van dit inzicht zal men het best kunnen uitdrukken door de term te gebruiken: „impliciete intuïtie". Het inzicht ligt immers verborgen in het kennen der tekens, die wel expliciet of uitdrukkelijk worden gekend.

De geniale intuïtie en de vrouwelijke intuïtie

Het woord intuïtie wordt ook dikwijls gebruikt om aan te duiden een aanvoelend kennen, waarin men de juistheid van een conclusie inziet, zonder dat men precies kan mededelen, op welke argumenten men steunt. Deze ken-akt is een psychische totaliteit, welke uit vele elementen bestaat. Allerlei onderbewuste of half-onderbewuste motieven convergeren naar een gevolgtrekking, welke door een goed gevormd verstand spontaan getrokken wordt; de redeneringen, welke van de praemissen naar de conclusie zouden kunnen voeren, worden geheel of gedeeltelijk overgeslagen. Ook een harmonisch ontwikkelde structuur van het gevoelsleven werkt mede om het verstand in de juiste richting te drijven. Omdat redeneringen geheel of gedeeltelijk

overgeslagen worden, draagt deze kennis het karakter van onmiddellijkheid, en verdient dus met recht de naam intuïtie.

Ofschoon dit aanvoelend, samenvattend kennen geheel verschillend is van de zoëven beschreven intellectuele, impliciete intuïtie, spreekt het niettemin vanzelf, dat dit inzicht zonder intellectuele intuïtie niet mogelijk is.

Deze vorm van inzicht is een element in het denken van iedere mens. Karakteristiek echter is deze intuïtie voor geniale personen. Eveneens moet onder dit hoofd worden ondergebracht het intuïtieve karakter, dat men aan het denken van vrouwen in hogere mate pleegt toe te schrijven dan aan dat van mannen.

Aesthetische intuïtie

Een vierde vorm van intuïtie is de aesthetische intuïtie bij het beschouwen van een kunstwerk. In de aesthetische ontroering wordt men getroffen door de wijze, waarop een idee door stoffelijke vormen wordt verbeeld. Men ervaart, hoe zintuiglijk en geestelijk schouwen een harmonische eenheid vormen. Kenmerkend is een onmiddellijk vatten van de betekenis van het stoffelijk teken. Ook hier is dus een onmiddellijkheid aanwezig, welke aanleiding geeft tot de naam: intuïtie. Deze vorm van intuïtie bestaat uit een innig samengaan van zintuiglijke en intellectuele intuïtie.

De intuïtie der wiskunde. Vergelijking met de vorige vormen van intuïtie.

Na bovenstaande voorbereiding komt thans de intuïtie der wiskunde ter sprake. Wellicht is deze vorm van inzicht het moeilijkst te omschrijven. Een vergelijking met de andere vormen kan echter verhelderend werken.

Veelal wordt intuïtie of aanschouwing in de wiskunde vereenzelvigd met de zintuiglijke aanschouwing. Dit geschiedt echter naar onze mening geheel ten onrechte. Weliswaar speelt de waarneming of de phantasie een rol in het wiskundig denken. Maar het wiskundig inzicht betreft niet het individuele, concrete verschijnsel, doch de structuur der verschijnselen in hun onbeperkte herhaalbaarheid. Algemeenheid is een wezenlijk kenmerk van ieder wiskundig object en ieder wiskundig inzicht, terwijl men met de zintuigen het object slechts ziet, zoals het „hier en nu" aanwezig is. Het is dus van belang deze verschillende vormen van intuïtie met zorg te onderscheiden.

De intuïtie der wiskunde valt ook niet samen met het gehele gebied van intellectueel inzicht. De wiskundige wil immers niet be-

grijpen zonder meer; hij beperkt zich opzettelijk tot inzicht in structuren, en dan nog alleen tot quantitatieve structuren. Dieper gaande begrippen, zoals bijvoorbeeld oorzakelijkheid, komen — als zodanig — in de wiskunde niet voor.

Toch is er enige overeenkomst tussen beide vormen van inzicht. Evenals het intellectuele, is ook het wiskundige inzicht nooit geheel expliciet en geïsoleerd. Men kan immers de algemene aard van één structuur slechts erkennen aan de concrete structuur van waarneembare objecten. Ook wiskundige concepties zijn niet mogelijk zonder uitdrukking in een zintuiglijk beeld, dat zelf niet wiskundig is. Een verschil is echter dat de uitdrukking van een wiskundige stelling volkomen bevredigend kan zijn, iets wat bij de uitdrukking van een dieper liggend intellectueel inzicht niet goed mogelijk is.

Vervolgens kan de intuïtie der mathesis vergeleken worden met die vorm van intuïtie, die als aanvoelend en samenvattend kennen werd omschreven. Deze vergelijking levert echter geen bijzondere problemen. Het zal duidelijk zijn, dat deze vorm van intuïtie bij de beoefening der wiskunde evenzeer een rol speelt als in iedere andere wetenschap. Maar meer dan bij de beoefening van andere wetenschappen zal men in de wiskunde niet tevreden mogen zijn met een oplossing, die bij „intuïtie" gevonden werd; zulk een oplossing zal men achteraf ook uitdrukkelijk door exacte argumenten moeten bewijzen.

Iets moeilijker is de vraag naar het verschil tussen de mathematische en de aesthetische intuïtie. Beide vormen van inzicht bevatten immers een harmonische samenwerking van intellectueel en zintuiglijk inzicht. Toch is er een wezenlijk verschil. In de wiskunde wordt namelijk niet geprobeerd om een zo groot mogelijk samengaan te bereiken van diep inzicht en zintuiglijke verschijningsvormen; men wenst integendeel het inzicht bewust te beperken, zowel aan de zijde van het intellect, als aan de zijde van de empirie; men wil zich immers beperken tot structuren van verschijningsvormen en tot hetgeen men, construerende volgens deze structuren en veronderstellende dat ze onbeperkt herhaalbaar zijn, kan bereiken. De verschijningsvormen zelf worden, in tegenstelling tot hetgeen in de aesthetische intuïtie gebeurt, slechts beschouwd in zoverre ze onderworpen zijn aan deze structuurwetten. Deze beperkingen naar twee zijden maken de intuïtie der mathesis wezenlijk verschillend van de aesthetische intuïtie.

Toch blijft de wiskunde een activiteit van de gehele mens, waarbij iedere sfeer van het kennen betrokken is; dit is de reden, waarom ook in de wiskunde een aesthetisch aspect aanwezig is, zodat ook deze wetenschap schoonheidsontroering kan geven.

De intuïtie der meetkunde

Om te kunnen bepalen, op welke wijze de meetkunde binnen de wiskunde een eigen plaats inneemt, moet de inhoud der wiskunde nader worden onderzocht. De grondstructuren, die aan het begin van het wiskundig bouwen staan, kunnen verdeeld worden in twee groepen met tegengestelde eigenschappen. Enerzijds is er de serie van afzonderlijke, naast elkaar geplaatste eenheden, die als onderling gelijk beschouwd worden. Anderzijds gaat men uit van inwendig samenhangende ruimten, waarbinnen dergelijke eenheden kunnen worden geconstrueerd (bijvoorbeeld: een plat vlak, waarop rechte lijnen en punten mogelijk zijn; evenzo: een rechte lijn, waarop punten kunnen worden aangebracht.) Als in de wiskunde een structuur van het eerste genre op de voorgrond staat, spreekt men van rekenkunde; als daarentegen ruimtelijke samenhang op de voorgrond staat, spreekt men van meetkunde. Aldus is met de oerintuïtie der wiskunde meteen gegeven het onderscheid tussen meetkunde en arithmetica. De meetkunde bestrijkt een eigen gebied. Het typisch meetkundig inzicht, dat punten, lijnen en vlakken betreft met ideale eigenschappen, wordt gewonnen door de beschouwing van empirische punten, lijnen en vlakken in de empirische ruimte. Deze waarneembare objecten hebben allerminst dezelfde ideale eigenschappen, maar door een operatie van vereenvoudigen, verscherpen en veralgemenen worden uit de objecten der zintuigen de objecten der geometrie gevormd. Dat men in een bepaald deel der wiskunde met meetkunde te doen heeft, moet dus blijken uit de band met dergelijke empirische figuren.

In dit verband doet zich een bijzondere moeilijkheid voor bij de wetmatigheid, die beschreven kan worden door het axioma van de evenwijdige lijnen. De inhoud van dit axioma ontstaat immers niet op een eenvoudige manier door idealisatie bij het tekenen van figuren met passer en liniaal. Om het benodigde empirische materiaal te verkrijgen, is beweging van een star lichaam, bijvoorbeeld van een tekendriehoek, nodig. Men legt eerst de driehoek met één der zijden langs een liniaal. De zijde van de liniaal bepaalt een rechte lijn; het overstaande hoekpunt van de driehoek bepaalt een punt A buiten deze lijn. Wanneer men nu de driehoek langs de liniaal laat glijden, dan beschrijft de top de mogelijke, en enig mogelijke, evenwijdige lijn door A. Door idealisatie van deze empirische handelwijze wordt de eigenlijke inhoud van het axioma verkregen.

Een idealisatie van deze handelwijze in een andere richting, welke tot ontkenning van het axioma der evenwijdige lijnen zou voeren, is ook mogelijk; maar dit denkprocédé zou niet louter vereenvoudigend

zijn, en is daarom niet mogelijk aan het *begin* van het wiskundig construeren.

Abstract karakter van de wiskunde

Aangezien het woord „abstract" veelal het tegenovergestelde betekent van intuïtief, is het nodig ook aan dit begrip enige woorden te wijden. Oorspronkelijk duidt het woord „abstract" aan, dat men een object slechts gedeeltelijk beschouwt, met voorbijzien van de overige eigenschappen; maar langzamerhand heeft het ook de betekenis gekregen: verwijderd van de werkelijkheid. Een onmiddellijk contact wordt dan ontkend, zodat het woord inderdaad een betekenis krijgt tegenovergesteld aan intuïtief.

Wanneer men zich in zijn gedachten van de werkelijkheid afkeert, kan dit een verarming van de ken-inhoud ten gevolge hebben. Toch kan abstract ook het tegendeel betekenen. Het is namelijk mogelijk, dat men door in zichzelf te keren en diep na te denken ten slotte de werkelijkheid buiten zich beter gaat verstaan. Dan begrijpt men in abstracte verstandskennis meer dan wanneer men slechts opgaat in de concrete, meer onmiddellijke, zintuiglijke intuïtie.

Wiskunde is steeds abstract in deze zin, dat haar object niet samenvalt met empirische vormen, maar met behulp van het verstand geconstrueerd wordt. Door de term „abstract" te gebruiken, ontkent men, dat zintuiglijke aanschouwing het wezenlijke zou zijn van mathematisch inzicht.

Nu laat de abstractie graden toe; wiskunde kan minder of meer abstract zijn; men kan namelijk bij de opbouw van de wiskunde zich langzamerhand verder verwijderen van het oorspronkelijke, zintuiglijke beeld. Dit geschiedt, doordat men voor een wiskundig object, of voor een configuratie of een verzameling van wiskundige objecten een nieuw teken invoert, dat de oorspronkelijke wiskundige entiteit betekent, en tot zekere hoogte vervangt. Zo zal men bijvoorbeeld een bepaald getal vervangen door een cijferteken, of door een serie cijfers, die volgens bepaalde wetten achter elkaar worden geschreven. Evenzo vervangt men een plat vlak door het woord „vlak", omdat men met dit woord gemakkelijker kan werken dan met het eigenlijke meetkundige object, dat deze naam draagt. Duidelijker komt de noodzaak om met een naam te werken voor den dag, wanneer men wiskundige objecten beschouwt, die niet in alle opzichten bepaald zijn, bijvoorbeeld een driehoek, waarvan men niet aangeeft, welke vorm en grootte hij heeft. Wanneer men dan alleen een getekende driehoek als teken zou gebruiken, zou men groot gevaar lopen de algemeenheid van het object uit het oog te

verliezen. Door nu de concrete figuur te benoemen met een algemene naam, waarvan men weet, dat hij ook op driehoeken met andere afmetingen toepasselijk is, richt men de aandacht gemakkelijker op het gewenste algemene object.

De systemen van tekens, of van woorden en uitspraken, die men langs deze weg verkrijgt, vertonen zelf ook een structuur, die tot object van wiskunde kan worden. Aldus ontstaan mathematische hulpmiddelen, die afzonderlijk onze aandacht opeisen. Men is derhalve gedwongen, bij de invoering van nieuwe tekens en hulpmiddelen zich verder te verwijderen van de oorspronkelijke, aan de zintuiglijke aanschouwing gewonnen, wiskundige objecten. Dit is, wat men noemt: de wiskunde meer abstract maken, of: de abstractie verder doorvoeren.

Vrijheid in de keuze der axioma's

Men kan nog een stap verder gaan, en de genoemde hulpsystemen los maken van de oorspronkelijke wiskundige objecten. Dit levert dan een grotere vrijheid om te experimenteren met veranderingen aan de systemen. Ook in dit geval blijft men wiskunde beoefenen. Het oorspronkelijk object is echter vervangen door objecten van andere aard. Eén voorbeeld hiervan is, dat men de oorspronkelijke meetkunde vervangt door de studie van een bepaald systeem van uitspraken. Door in dit taalgebouw de grondstellingen of axioma's te wijzigen, wordt de betrekking tot het oorspronkelijke empirische materiaal volkomen anders. Het empirische materiaal, waarover men in eerste instantie blijft beschikken, bestaat uit woorden en uitspraken, waarbij deze laatste termen nu niet bedoeld zijn in de volle betekenis, die de moderne taalwetenschap er aan hecht, maar louter als zintuiglijk waarneembare totaliteiten. Ook dit systeem kan nog een meetkundig karakter bezitten, omdat de uitspraken als ruimtelijk geordend worden gedacht, dwz. in bepaalde configuraties op een schrijfblad. Bovendien blijven de gebruikte termen herinneren aan de meetkunde, waarbij ze vroeger dienstig waren. Zelfs blijft de mogelijkheid open om langs een nieuw gebaande weg de band met de meetkunde in strikte zin te herstellen. Dit neemt echter niet weg, dat in een dergelijk stuk wiskunde, hoe boeiend het ook is, het oorspronkelijk meetkundig karakter meer op de achtergrond is geraakt. Zulk een systeem zal niet meer relevant kunnen zijn voor iemand, die binnen de wiskunde zoekt naar het specifiek eigene van de meetkunde.

Doel van een intuïtieve inleiding

Nadat in het voorgaande besproken is, hoe het meetkundig object

gevormd wordt door idealisatie van empirische objecten, alsook hoe een meer abstracte gedachtengang zijn intrede in de meetkunde doet, kan thans ter sprake komen, welke naar onze mening de zin is van de „empirische en intuïtieve behandeling van een gedeelte der meetkunde", die de Commissie van WIMECOS als inleiding tot het meetkunde-onderwijs aanraadt.

Vooreerst dient opgemerkt, dat men in de aangehaalde zinsnede uit het rapport het woord intuïtief op twee manieren kan opvatten. De betekenis ervan kan ofwel samenvallen met die van het woord empirisch, ofwel duiden op een mathematisch inzicht. In het eerste geval bedoelt men de vorm van intuïtie, die in de voorgaande bladzijden het eerst werd beschreven. Het lijkt ons echter, dat men de eerste fase van het meetkundig onderricht niet moet zien als een louter empirische kennismaking met bepaalde, tamelijk regelmatige tekeningen of ruimtelijke modellen. De middelbare scholier van twaalf jaar dient reeds aanstonds zijn verstand te gebruiken en hij moet geoefend worden in die vorm van intuïtie, die we de meetkundige intuïtie hebben genoemd.

Om dit te bereiken beperkt men zich niet tot één enkel model van een bepaald genre. Men vergelijkt meer en minder goed geslaagde tekeningen; bij voorbeeld: strepen, die meer of minder smal en recht zijn, meer of minder lang. Door de leerling te laten proberen de tekening zo netjes mogelijk te maken, en door in onze uitleg te wijzen op de mogelijkheid om het ideaal meer of minder te benaderen, helpt men hem om het meetkundig begrip van een rechte lijn te vormen. Men zal er ook op wijzen, dat onder dit éne begrip lijnen vallen, die op verschillende plaats liggen, en die een verschillende richting hebben. Aldus krijgt het begrip de vereiste eigenschappen van algemeenheid en onbeperkte herhaalbaarheid. Op een dergelijke wijze vormt de leerling ook de begrippen: plat vlak en punt, en de samengestelde begrippen: lijnstuk en hoek.

De leraar heeft in dit stadium dus een dubbele taak: hij moet bereiken, dat de leerling netjes leert tekenen, opdat deze aldus gaat beschikken over de *natuurlijke tekens* voor de meetkundige begrippen; en tegelijk moet hij door zijn uitleg bereiken, dat de leerling de *meetkundige begrippen* vormt, die door de tekens worden verbeeld.

Er is echter nog een derde punt, dat de aandacht verdient. Reeds aanstonds dient men te beginnen met het bouwen van een *meetkundige taal* als een noodzakelijk hulpmiddel. Zoals reeds eerder werd opgemerkt ten aanzien van de driehoek, is een concreet natuurlijk teken onvoldoende, als niet door een naam, welke met de nodige uitleg is ingevoerd, de herinnering wordt wakker gehouden

aan het inzicht in het algemene, meetkundige begrip. Bovendien worden reeds aanstonds eenvoudige eigenschappen uitgedrukt door uitspraken, zoals bij voorbeeld: twee willekeurige rechte lijnen snijden elkaar in één punt.

Aldus blijkt, dat nauwkeurig tekenen en correct spreken of schrijven de twee uiterlijke handelingen zijn, die moeten gecultiveerd worden om het mathematisch denken tot ontwikkeling te doen komen.

Later zal de plaats van een ordelijke taal als hulpmiddel steeds groter worden en een noodzakelijke rol gaan spelen bij het bewijzen van eigenschappen van figuren. Zolang men echter nog geen constellaties beschouwt van enigszins ingewikkelde aard, is de noodzaak van een correcte redenering nog niet aanwezig en is het dus niet zinvol om daar reeds nu nadruk op te gaan leggen.

Voordat men dus met een axiomatische opbouw begint, moeten eerst meer gecompliceerde objecten worden geconstrueerd. Wellicht zal het uit didactisch oogpunt goed zijn om spoedig over te gaan tot constructievraagstukjes betreffende driehoeken. Construeren is iets, dat de meeste leerlingen veel liever doen dan eigenschappen bewijzen, en wellicht tonen ze hierin een juist aanvoelen van het wezen van de meetkunde, die naar onze mening in de eerste plaats constructief is. Bij het uitvoeren van deze constructies zal een correcte beschrijving moeten worden geleverd, die toont, hoe men stapsgewijze de verschillende grondconstructies toepast en aldus tot een figuur komt met de gewenste eigenschappen.

Wanneer men op bepaalde gegevens een driehoek construeert, en vervolgens met dezelfde gegevens nog een driehoek, verkrijgt men twee congruente driehoeken. Aldus komen bij dit onderwerp als vanzelf de congruentie-axioma's voor de dag. Misschien ligt hier het juiste ogenblik om meer aandacht te gaan besteden aan het bewijzen van eigenschappen uit grondstellingen. Men zal de leerlingen wijzen op een zekere zuinigheid in het opstellen van axioma's. Afgeleide stellingen, waarvan men op grond van een concrete tekening de juistheid kan vermoeden, worden nu in hun algemeenheid aangetoond door een strikt bewijs. Aldus komt tot stand, als uitdrukking van deductief redeneren, de axiomatische opbouw, en wel op een tijdstip, waarop de behoefte daaraan zich doet gevoelen. Deze opbouw kan nu door de leerling gezien worden als een zinvol en noodzakelijk hulpmiddel, dat tot het wezen der meetkunde behoort.

Men zal dan ook in zijn reactie op een periode, waarin een te grote nadruk op de axiomatische opbouw werd gelegd, niet zo ver mogen gaan, dat men toestaat, dat het onderwijs in een empiristische rich-

ting verwatert. De leerlingen moeten in staat zijn om een ordelijk en correct bewijs van een meetkundige stelling te geven.

Bij het proces van het meetkundig denken spelen zowel empirische, als intuïtieve en axiomatische elementen een rol. En wellicht zal men tot de conclusie moeten komen, dat een didactisch juiste opbouw, welke met deze drie aspecten rekening houdt, geen andere weg behoeft te gaan dan een wetenschappelijke opbouw, mits men ook de wetenschap niet beperkt tot axiomatiek, maar uitstrekt over de gehele mathematische inhoud van de meetkunde.

Dr. H. MOOY NAAR LIBERIA

De UNESCO zond het redactielid dr. H. Mooy te Amsterdam voor een jaar uit naar Liberia, waar hij behulpzaam zal zijn bij de organisatie van het wiskunde-onderwijs aan de universiteit van Monrovia. De redactie wenst dr. Mooy van harte geluk met deze onderscheiding.

Tijdens de afwezigheid van dr. Mooy is de redactie aangevuld met dr. D. N. van der Neut te Zeist (Homeruslaan 35), die de werkzaamheden van dr. Mooy zal waarnemen en die in die tijd dus gaarne de voor de redactie bestemde boeken ter bespreking en ter aankondiging zal ontvangen. Besprekingen, waar dr. Mooy reeds om verzocht, dienen dus aan dr. Van der Neut te worden ingezonden.

De redactie is dr. Van der Neut dankbaar, dat hij zich hiervoor beschikbaar heeft gesteld.

Red.

CURSUS OVER STATISTIEK

Gegadigden voor een cursus-statistiek in het zuiden van het land (cursusgeld *f* 10.—) dienen zich zo spoedig mogelijk op te geven bij het Mathematisch Centrum, 2de Boerhaavestraat 49, te Amsterdam-Oost).

BEPALING VAN TRAAGHEIDSMOMENTEN

door

C. A. M. VAN DER LINDEN

1. We gaan uit van de stellingen:

a. De traagheidsmomenten van gelijkvormige vlakke (ruimtelijke) figuren verhouden zich als de vierde (vijfde) machten van de gelijkvormigheidsfactor.

b. Het traagheidsmoment ten opzichte van een willekeurig punt (lijn) is gelijk aan dat ten opzichte van (de evenwijdige lijn door) het zwaartepunt vermeerderd met het product van inhoud en kwadraat van de afstand van het punt (de lijn) tot (de lijn door het) zwaartepunt.

Met behulp van deze stellingen kan voor sommige figuren het traagheidsmoment op eenvoudige wijze bepaald worden.

In het volgende worden hiervan enige voorbeelden gegeven.

2. 1. Het bepalen van het polaire traagheidsmoment van een driehoek met behulp van een viermaal grotere driehoek.

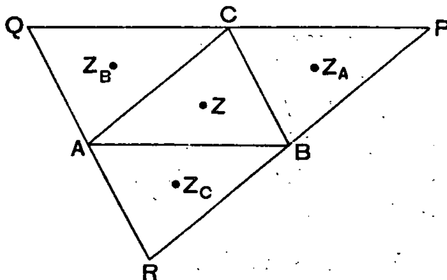


Fig. 1.

Zij in figuur 1 T het polaire traagheidsmoment van $\triangle$ ABC ten opzichte van Z, O zij het oppervlak.

a, b, c, z_a, z_b, z_c de zijden en zwaartelijnen.

Dan is het polaire traagheidsmoment van $\triangle$ PQR ten opzichte van Z gelijk aan 16 T.

Dus geldt: $16\,T = T + (T + O \,.\, ZZ_a^2) + (T + O \,.\, ZZ_b^2) + (T + O \,.\, ZZ_c^2) \rightarrow$

$$12\,T = O(ZZ_a^2 + ZZ_b^2 + ZZ_c^2) = 4/9 \,.\, O(z_a^2 + z_b^2 + z_c^2) =$$
$$= 4/9 \,.\, 3/4 \,.\, O(a^2 + b^2 + c^2).$$

Dus $T = 1/36\, O(a^2 + b^2 + c^2)$.

2\. 2. Idem het traagheidsmoment T_c om een lijn door het zwaartepunt evenwijdig aan AB.

Zij h_c de hoogtelijn uit C, dan geldt:

$$16\,T_c = T_c + (T_c + O\,.\,1/9 h_c^2) + (T_c + O\,.\,1/9 h_c^2) + (T_c + O\,.\,4/9 h_c^2) \rightarrow$$
$$12\,T_c = 2/3\,O\,h_c^2 \rightarrow T_c = 1/18\,O\,h_c^2.$$

3\. Het polaire traagheidsmoment van een driezijdig prisma met behulp van een achtmaal groter prisma.

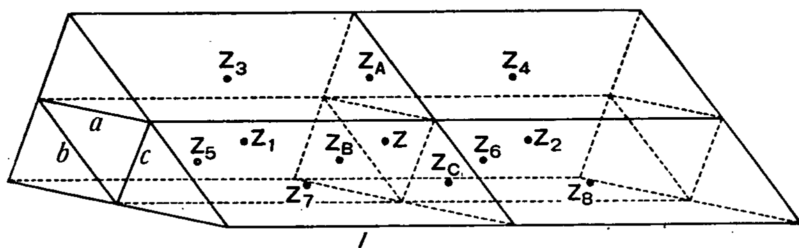


Fig. 2.

Zij T het traagheidsmoment t.o.v. het eigen zwaartepunt
l, a, b, c de lengten van de ribben,
I de inhoud.

Uit de stellingen van 1. volgt dan in figuur 2

$$32\,T = 8\,T + I\,.\,\sum_{1}^{\infty} ZZ_i^2$$

Nu geldt: $ZZ_1 = ZZ_2 = 1/2\,l.$

$$ZZ_3^2 + ZZ_4^2 = 2ZZ_a^2 + 1/2\,l^2$$
$$ZZ_5^2 + ZZ_6^2 = 2ZZ_b^2 + 1/2\,l^2$$
$$ZZ_7^2 + ZZ_8^2 = 2ZZ_c^2 + 1/2\,l^2$$

Dus $24\,T = 2\,I\{l^2 + ZZ_a^2 + ZZb^2 + ZZ_c^2) =$
$2\,I(l^2 + 1/3(a^2 + b^2 + c^2))\}$

dus $T = 1/36\,I(3\,l^2 + a^2 + b^2 + c^2)$

In het volgende gebruiken we het traagheidsmoment om het middelpunt van een zijvlak. Dit is gelijk aan:

$$1/36\,I(3\,l^2 + a^2 + b^2 + c^2) + I\,.\,1/9\,Z_c^2 = 1/12\,I(l^2 + a^2 + b^2)$$

4\. Het traagheidsmoment van een viervlak.

Het viervlak ABCD wordt aangevuld tot een achtmaal groter viervlak door de prisma's BCD . JFH en BJI . DHG en door het congruente viervlak BEJI.

Het zwaartepunt Z van het grote viervlak is het middelpunt van het gemeenschappelijke zijvlak BDHJ der prisma's.

De inhoud van ABCD zij I de inhoud van elk der prisma's is dan 3 I.

Fig. 3.

Voor het traagheidsmoment van het geheel ten opzichte van Z geldt dan:

$$32\,T = (T + I \,.\, Z_1Z^2) + (T + I \,.\, Z_2Z^2) + 1/12 \,.\, 3I(e^2 + a^2 + c^2) + \\ + 1/12 \,.\, 3I(b^2 + a^2 + f^2)$$

Hierin is $Z_1Z^2 = 9/16\, AZ_a{}^2$ en $Z_2Z^2 = 9/16\, EZ_c{}^2$

Verder geldt: $AZ_a{}^2 = 1/3(d^2 + e^2 + f^2) - 1/9(a^2 + b^2 + c^2)$

$DZ_d{}^2 = 1/3(b^2 + c^2 + d^2) - 1/9(a^2 + e^2 + f^2)$.

Zodat we krijgen:

$$32\ T = 2T + 1/16(6a^2 + 6b^2 + 6c^2 + 6d^2 + 6e^2 + 6f^2)$$

$$T = 1/80\, I(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2).$$

5. Het behoeft geen betoog dat de methode nog in vele andere gevallen toepasbaar is.

„HUISWERK" ONDER TOEZICHT OP DE FRANSE SCHOLEN

L'association des professeurs de mathématiques (A.P.M.) in Frankrijk heeft zich unaniem uitgesproken ten gunste van de instelling van een extra wekelijks lesuur in alle leerjaren van het middelbaar onderwijs voor het maken van schriftelijk werk, onder toezicht en leiding van de eigen leraar, in de volgende resolutie:

„L'Assemblée générale de l'A.P.M. du 25 mars 1956 approuve l'action du Comité en faveur de l'institution d'une heure hebdomadaire de travaux pratiques de Mathématiques, avec demi-effectifs dans toutes les classes du Second Degré.

L'Assemblée générale rappelle les raisons pédagogiques impérieuses qui rendent indispensable et urgente l'institution de ces heures:

1. Guider les élèves dans la recherche des problèmes, multiplier les exercises d'application.

2. Limiter ou supprimer (selon les classes) le travail écrit à la maison que est d'un rendement faible.

3. Obtenir ainsi à peu de frais et sans attendre une réforme d'ensemble plus longue à réaliser une amélioration sensible de l'enseignement scientifique, la dite réforme d'ensemble devant adapter celui-ci aux exigences du développement scientifique général.

L'Assemblée générale rappelle encore que ces séances de travaux pratiques n'auront leur complète efficacité qu'avec des effectifs scolaires réduits (demi-classe), ceux-ci étant placés sous la direction de leur professeur habituel.

En conséquence, l'Assemblée générale mandate le Comité pour entreprendre toutes les démarches en vue de l'organisation de ces heures dès la rentrée d'octobre 1956".

KORT VERSLAG
VAN DE ALGEMENE VERGADERING VAN „WIMECOS”
op 27 december 1956 te Amsterdam

In zijn openingswoord heet de voorzitter dr. Joh. H. Wansink hartelijk welkom dr. Monna van het departement O.K. en W., de inspecteur dr. Doornenbal, de gasten uit de Benelux: de collega's Servais, van Twembeke uit België en Gloden uit Luxemburg. Ook tot de afgevaardigden der zusterverenigingen richt hij enige vriendelijke woorden.

Hij wijdt nog enige woorden aan het ontwerp wiskundeprogramma, waarvan de uitvoering nu wel gekoppeld zal worden aan de algehele reorganisatie van het V.H.M.O. Deze samenkoppeling betekent voor ons een ernstige teleurstelling omdat ze een uitstel medebrengt. We verwachten echter dat uitstel geen afstel zal zijn, maar dat het ontwerp-leerplan bij die algehele herziening tot zijn recht zal komen.

De notulen van de vorige algemene vergadering en de jaarverslagen van secretaris, penningmeester, commissie voor de leesportefeuille worden onveranderd goedgekeurd. Nadat op voorstel van de kascommissie de penningmeester décharge is verleend, is de bestuursverkiezing aan de orde. Zonder stemming wordt collega Alders herkozen, terwijl in de vacature-Tekelenburg, J. D. de Jong gekozen wordt. Daar „Wimecos” nu ook voor gymnasiumleraren openstaat is het gewenst dat dit schooltype ook in het bestuur vertegenwoordigd is. Nadat een bestuursvoorstel tot uitbreiding van het aantal bestuursleden is aangenomen, wordt voor deze zetel dr. P. G. J. Vredenduin, voorzitter van „Liwenagel” gekozen. De voorzitter brengt nu de welverdiende dank van onze vereniging jegens het aftredende bestuurslid ir. J. J. Tekelenburg tot uiting voor het vele dat hij gedurende de 18 jaren van zijn bestuurslidmaatschap voor „Wimecos” verricht heeft.

Nadat prof. dr. F. van der Blij zijn voordracht over de analytische grondslagen van de goniometrie heeft gehouden, wordt gepauseerd.

In de middagvergadering houdt dr. W. K. Baart zijn voordracht over ervaringen bij de instructie aan de T.H. Op beide voordrachten,

die in „Euclides" zullen worden gepubliceerd, volgt enige discussie.

Om ongeveer half vijf wordt deze vergadering gesloten, nadat de gasten nog enige vriendelijke dankwoorden en goede wensen hebben uitgesproken.

De secretaris.

SAMENSTELLING VAN HET BESTUUR VAN „WIMECOS"

Dr. JOH. H. WANSINK, voorzitter, Julianalaan 84, Arnhem.

J. F. HUFFERMAN, secretaris, Wilhelminalaan 19, Zeist

C. J. ALDERS, 2e secretaris

H. G. BRINKMAN, penningmeester, Paterswoldseweg 176b, Groningen

J. D. DE JONG en dr. P. G. J. VREDENDUIN, leden.

De secretaris van „Wimecos"

BOEKBESPREKING

H. A. Thurston, *M.A. Ph. D., The Numbersystem* (Blackie & Son Ltd, London, Glasgow, 1957; 15 sh.).

Het boek behandelt de theorie van ons getallensysteem. Op streng formele wijze worden natuurlijke getallen, gehele getallen enz. ingevoerd tot ten slotte de complexe getallen hun hechte grondslag hebben verkregen. Het is in de eerste plaats bestemd voor studenten in de wiskunde.

In didactisch opzicht is van belang, dat het eerste gedeelte ("explanatory treatment") een zeer helder geschreven uitleg omvat, waarin de bedoeling wordt uiteengezet van de gang van zaken, welke in het tweede gedeelte ("systematic treatment") wordt gevolgd. Hierdoor is het ook voor de belangstellende niet-mathematicus mogelijk een goede indruk van de gevolgde methode te verkrijgen, terwijl de (eventueel a.s.) mathematicus de streng formele uiteenzettingen, die dan ook bij wijze van spreken geen woord te veel bevatten, op veel vlottere wijze kan doorwerken.

H. W. Lenstra

INGEKOMEN BOEKEN

J. B. WOLTERS:

COSTER, VAN DOP EN STREEFKERK

Algebra voor de onderbouw I 3e druk }
Algebra voor de onderbouw II 2e druk } ingen. *f* 2.50 geb. *f* 2.90.

VAN DER NEUT EN HOLWERDA

Meetkunde met de beginselen der goniometrie
I 10de druk *f* 1,75 *f* 2,10
III 7de druk *f* 1,65 *f* 2,—

VREDENDUIN EN VAN HASELEN:

Nieuwe algebra II 2de druk *f* 2,25 *f* 2,75.

VAN DOP EN VAN HASELEN

Stereometrie *f* 3,40 *f* 3,90.

P. NOORDHOFF:

WIJDENES, BIRKENHÄGER EN MACHIELSEN

Nieuw rekenboek voor het voortgezette rekenonderwijs 2de stukje 8ste grondig herziene druk *f* 2,25.

HENNEMAN EN STEENBERGEN

Meetkunde in taken
Voorbereiding *f* 2.90.
deel I *f* 3.50.

STREEFKERK

Nieuw meetkundeboek voor M.O. en V.H.O. II 2de druk *f* 3.50.

WIJDENES

Nieuwe schoolmeetkunde deel I 3de druk *f* 3,50; *f* 4.—.
Logarithmen- en rentetafels B *f* 1.50.

ALDERS

Algebra voor M.O. en V.H.O. I *f* 2,25 *f* 3,—

FREDERIK EN VAN OS

Langzaam omhoog I
Meetkundeboek voor scholen met beperkt wiskundeprogramma *f* 3.90 *f* 4.65

MARIUS

Stereometrie voor kweekscholen *f* 2.25

H. VEENMAN EN ZONEN, WAGENINGEN

Prof. Dr. N. H. KUIPER

Differentiaal- en Integraalrekening *f* 9.—.

KALENDER

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen, indien zij binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, Kraneweg 71 te Groningen.

VOORDRACHTEN MATHEMATISCH CENTRUM

Wij vestigen de aandacht op de volgende voordrachten.

Serie: „Elementaire onderwerpen van hoger standpunt belicht", telkens in het Mathematisch Centrum, 2de Boerhaavestraat 49 te Amsterdam, om 20.00 uur:

donderdag 24 januari 1957 Prof. dr. J. POPKEN: Functies in de elementaire getallentheorie.

woensdag 20 februari 1957 Prof. dr. ir. L. KOSTEN: Stochastische problemen uit de telecommunicatietechniek.

woensdag 20 maart 1957 Prof. dr. N. H. KUIPER: De stelling van Desargues.

woensdag 17 april 1957 Prof. dr. L. KUIPERS: Iets over de meetkunde van nulpunten van veeltermen.

woensdag 15 mei 1957 Prof. dr. H. J. A. DUPARC: Differentie- en differentiaalrekening.

Serie: „Actualiteiten", telkens in Krasnapolsky, Warmoesstraat 173—199 te Amsterdam, om 14.00 uur.

zaterdag 26 januari 1957 E. W. DIJKSTRA: Experimenteel primaliteitsonderzoek van grote getallen.

zaterdag 23 februari 1957 Dr. C. G. G. VAN HERK: Volledige systemen van niet-harmonische trigonometrische functies.

zaterdag 30 maart 1957 J. TH. RUNNENBURG: Enige beschouwingen over wachttijdproblemen.

zaterdag 25 mei 1957 Dr. C. G. LEKKERKERKER: Een eigenschap van kwadratische getallen.

DIESVIERING RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN

Wij maken de oud-alumni(ae) der Leidse universiteit attent op de volgende in het academiegebouw te geven colleges op zaterdag 9 februari 1957 (aanmeldingsformulieren aan te vragen Rapenburg 6):

14.15—15.00 Prof. dr. N. G. DE BRUIJN: De grondslagen van de functietheorie.

15.15—16.00 Dr. G. W. M. KALLENBERG: Een affiene differentiaalmeetkunde.

Te 12.30 is er een lunch in het Kamerlingh-Onneslaboratorium.